

不连续导电模式 PWM 开关变换器 闭环系统的符号分析法

陈艳峰¹, 丘水生², 张光昭¹, 伍言真²

(1. 中山大学电子与通信工程系, 广东广州 510275; 2. 华南理工大学电子与通信工程系, 广东广州 510640)

摘 要: 本文将文献[11]提出的连续电流模式(CCM)PWM 变换器闭环系统的符号分析法推广于不连续导电模式(DCM)PWM 变换器闭环系统的稳态分析中, 获得全符号表示的 DCM PWM 变换器闭环系统状态变量的直流解及纹波解。

关键词: 开关变换器; 不连续导电模式; 闭环系统; 符号分析

中图分类号: TN711.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)11-1463-05

Symbolic Analysis of Closed-loop PWM Switching Power Converters in Discontinuous Conduction Mode

CHEN Yan feng¹, QIU Shui sheng², ZHANG Guang zhao¹, WU Yan zheng²

(1. Dept. of Electronics & Communication, ZhongShan Univ., Guangzhou, Guangdong 510275, China;

2. Dept. of Electronics & Communication, South China Univ. of Tech., Guangzhou, Guangdong 510640, China)

Abstract: An extension of Equivalent Small Parameter(ESP) method to analysis of discontinuous conduction mode (DCM) PWM feedback controlled switching power converter systems is presented. The solutions are all symbolic expressions.

Key words: switching power converter; discontinuous conduction mode; closed loop systems; symbolic analysis

1 引言

状态空间平均法^[1,2]是分析开关功率变换器的一种普遍采用的方法^[3~5]。但其平均模型与开关频率无关, 故存明显的局限性^[3~5]; 而且传统的状态空间平均法^[2]分析 DCM PWM 变换器时得到的是不再含有电感电流的降阶模型, 但在 PFC 等电路中, 电感电流是最终的控制目标, 模型中电感电流的消失并不是我们所希望的。文献[3~5]提出的一般化平均法需人为地引入一小参量, 过于繁琐而不易理解。等效小参量法^[7~9]结合了扰动法和谐波平衡法的优点, 无需人为引入小参量, 是一种精度较高、分析相对简单、适于强非线性高阶系统的符号分析法^[11]。文献[8~12]分别将其用于连续电流模式(CCM)和多拓扑模式开环工作的功率变换器、CCM PWM 变换器闭环系统的稳态分析当中, 本文则进一步将其推广至不连续导电模式(DCM)PWM 开关功率变换器闭环系统的稳态分析, 得到了全符号表示的闭环系统占空比和状态变量的直流解及纹波解析解。

2 DCM 变换器闭环系统时变方程的建立

参见图 1, 可将 DCM 工作的 PWM 变换器用时变状态微分方程(1)描述^[13]:

$$G_0(p)(x) + G_1(p) \cdot f^{(1)}(x) + G_3(p) \cdot f^{(3)}(x) = u \quad (1)$$

其中: $p = d/dt$, $G_i(p)$ 为算子 p 的多项式, 它们为同具体电路有关的系数矩阵, u 为同输入有关的常数向量, x 为整个闭环系统状态变量向量。对于基本的 PWM 变换器, 强非线性函数:

$$f^{(1)} = \delta^{(1)}(x + e^{(1)}) \quad f^{(3)} = \delta^{(3)}(x + e^{(3)}) \quad (2)$$

式中 $e^{(1)}$ 、 $e^{(3)}$ 为常数向量。开关函数 $\delta^{(1)}(t)$ 、 $\delta^{(3)}(t)$ (分别简称为 $\delta^{(1)}$ 、 $\delta^{(3)}$) 定义为:

$$\delta^{(1)}(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq d_1(t)T \\ 0, & d_1(t)T < t \leq T \end{cases} \quad (3)$$
$$\delta^{(3)}(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq [1 - d_3(t)]T \\ 0, & [1 - d_3(t)]T < t \leq T \end{cases}$$

式中, $\delta^{(1)}(t) = 1(0)$ 表示开关晶体管的通(断), d_1 为主开关导通占空比, $\delta^{(3)}(t) = 1$ 表示开关管和二极管均断开, $\delta^{(3)}(t) = 0$ 则表示开关管和二极管中只有一个导通的情况, d_3 表示电感电流不连续阶段的占空比。我们选取 $\delta^{(3)}$ 来建立开关变换器系统在不连续导通模式下的时变微分方程的原因在于: (a) 当 $\delta^{(3)} = 0$ 时式(1)即为系统在 CCM 下的时变微分方程^[12]; (b) 从下文的分析可以看出, $\delta^{(3)}$ 可展开成与 $\delta^{(1)}$ 相同的级数形式。

2.1 占空比 d_1, d_3 的确定

开关晶体管的导通或截止是由反馈补偿网络确定, 因此 d_1 的确定同 CCM PWM 闭环系统的一样^[12], 即它可示成系统状态变量的线性函数:

$$d_1(t) = K_0 + K_1 x(d_1 T) \tag{4}$$

式中, 系数 K_0, K_1 根据具体电路来确定. $t_s = d_1 T$, 表示开关晶体管切换的时刻. 用等效小参量法分析开关变换器时, 将稳态周期解展开为^[8-12]:

$$x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \dots + \varepsilon^i x_i + \dots \tag{5}$$

式中: x_0 包含 x 的主振荡分量. 小量标记 ε^i 用于指明 x_i 为 x_0 的 i 阶小量. 当需给定具体数值时, 令 $\varepsilon = 1$. 同样令 d_1 也展开成:

$$d_1 = d_{10} + \varepsilon d_{11} + \varepsilon^2 d_{12} + \dots + \varepsilon^i d_{1i} + \dots \tag{6}$$

根据文[12]的分析, 设:

$$\begin{cases} t_{s0} = d_{10} T, t_{s1} = (d_{10} + \varepsilon d_{11}) T, \\ t_{s2} = (d_{10} + \varepsilon d_{11} + \varepsilon^2 d_{12}) T, \dots \end{cases} \tag{7}$$

式中 $t_{si} (i = 0, 1, 2, \dots)$ 表示稳态周期解 x 中仅含有主分量 x_0 、一阶修正量 x_1, \dots 直至 i 阶修正量 x_i 时开关管切换的时刻. 为简化计算, 我们利用函数泰勒级数的一阶近似来迭代求解 d_{1i} (详细推导见文[13] p33), 即:

$$\begin{cases} d_{10} = K_0 + K_1 \cdot x_0, d_{11} = K_1 \cdot x_1(t_{s0}) \\ d_{12} = K_1 \cdot \left. \frac{\partial x_1}{\partial t} \right|_{t=t_{s0}} d_{11} T + K_1 \cdot x_2(t_{s1}), \dots \end{cases} \tag{8}$$

假设电感电流分段线性, 其上升和下降阶段的斜率分别为 m_1, m_2 (见图 1(b)), 则稳态时有:

$$\bar{i}_L = \frac{1}{T} \int_0^{d_1 T} (I_0 + m_1 t) + \int_0^{d_2 T} (I_0 + m_1 d_1 T - m_2 t) dt \tag{9}$$

式中 I_0 为电感电流在一周期开始时的初始值, 对于 Boost、Buck、Buck/boost 等基本二阶 PWM 变换器, 电感电流不连续时, 一般有: $I_0 = 0$. 若不考虑电路寄生参数, m_1 和 m_2 通常为输入电源和输出电容电压平均值的函数. 利用稳态时 $m_1 d_1 T = m_2 d_2 T$, 则由上式可将 d_3 表示成电源电压 E 、状态变量平均值 \bar{x} 及 d_1 的函数:

$$d_3 = 1 - d_1 - (\bar{i}_L - m d_1^2) / m d_1 = h_1(E, d_1, \bar{x}) \tag{10}$$

式中 $m = m_1 T / 2$. 同样, 将 d_3 也展开成级数形式:

$$d_3 = d_{30} + \varepsilon d_{31} + \varepsilon^2 d_{32} + \dots + \varepsilon^i d_{3i} + \dots \tag{11}$$

用迭代法求解式(11)中的 d_{3i} . 函数 $h_1(E, d_1, \bar{x})$ 用其在 $(d_{10} + \varepsilon d_{11} + \dots + \varepsilon^{i-1} d_{1(i-1)}, \bar{x}_0 + \varepsilon \bar{x}_1 + \dots + \varepsilon^{i-1} \bar{x}_{i-1})$ 处的泰勒级数的线性项来近似, 则:

$$\begin{cases} d_{30} = h_1(E, d_{10}, \bar{x}_0) \\ d_{31} = \left[\frac{\partial h_1}{\partial d_1} \bigg|_{\substack{d_1 = d_{10} \\ x = x_0}} \right] \cdot d_{11} + \left[\frac{\partial h_1}{\partial x} \bigg|_{\substack{d_1 = d_{10} \\ x = x_0}} \right] \cdot \bar{x}_1 \\ = H_{11}^1 \cdot d_{11} + H_{12}^1 \cdot \bar{x}_1 \\ d_{32} = \left[\frac{\partial h_1}{\partial d_1} \bigg|_{\substack{d_1 = d_{10} + d_{11} \\ x = x_0 + x_1}} \right] \cdot d_{12} + \left[\frac{\partial h_1}{\partial x} \bigg|_{\substack{d_1 = d_{10} + d_{11} \\ x = x_0 + x_1}} \right] \cdot \bar{x}_2 \\ = H_{21}^1 \cdot d_{12} + H_{22}^1 \cdot \bar{x}_2 \\ \dots \end{cases} \tag{12}$$

2.2 开关函数 $\delta^{(k)}$ 及 $\delta^{(3)}$ 的确定

利用等效小参量法分析开关变换器时, 对开关函数的处理是关键. 文献[12, 13]详述变换器闭环工作状态下如何将离散的开关函数展开成连续函数表示的级数形式. 根据前文的分析, d_3 和 d_1 具有相同的级数展开形式, 因而 $\delta^{(3)}$ 可展开成同 $\delta^{(k)}$ 相同形式的傅氏级数, 即:

$$\delta^{(k)} = b_0^{(k)} + \sum_{m=1}^{\infty} [b_m^{(k)} \cdot e^{jm\tau} + \bar{b}_m^{(k)} \cdot e^{-jm\tau}] \tag{13}$$

式中, $k = 1, 3$, 下文同; 各系数由下式确定:

$$\begin{cases} b_0^{(k)} = \frac{1}{T} \int_0^T \delta^{(k)}(t) dt = d^{(k)} \\ b_m^{(k)} = \frac{1}{2} (\alpha_m^{(k)} - j\beta_m^{(k)}), m = 1, 2, \dots \\ \alpha_m^{(k)} = \frac{2}{T} \int_0^T \delta^{(k)}(t) \cdot \cos(m\omega t) dt \\ \beta_m^{(k)} = \frac{2}{T} \int_0^T \delta^{(k)}(t) \cdot \sin(m\omega t) dt \end{cases} \tag{14}$$

令 $\tau = \omega t$, 其中: $\omega = 2\pi/T$, 根据占空比的级数展开式(6)或式(11), 对式(14)中的有效积分区间进行划分, 并且, 因 $d_{10} < 1$, 故有 $d_{ki} \ll 1$, 同时, 由于采用等效小参量法, 当 m 取值较大时, 则相应的 d_{ki} 的阶数也较高. 于是可利用如下近似:

$$\begin{cases} \sin(\theta n\pi d_{k1}) \approx \theta n\pi d_{k1} (m = 1), \\ \sin(\varepsilon^2 m\pi d_{k2}) \approx \varepsilon^2 m\pi d_{k2} (m \leq 3), \dots \\ \frac{1}{2} \varepsilon^i d_{ki} \ll (d_{k0} + \varepsilon d_{k1} + \varepsilon^2 d_{k2} + \dots \varepsilon^{i-1} d_{k(i-1)}) \end{cases} \tag{15}$$

则式(13)开关函数可表示成如下级数:

$$\delta^{(k)} = \delta_0^{(k)} + \varepsilon \delta_1^{(k)} + \varepsilon^2 \delta_2^{(k)} + \dots \tag{16a}$$

式中:

$$\begin{aligned} \delta_0^{(k)} &= d_{k0} + b_{10}^{(k)} e^{j\tau} + c. c, \\ \delta_1^{(k)} &= d_{k1} + b_{11}^{(k)} e^{j\tau} + b_{20}^{(k)} e^{j2\tau} + b_{30}^{(k)} e^{j3\tau} + c. c, \\ \delta_2^{(k)} &= d_{k2} + b_{12}^{(k)} e^{j\tau} + b_{21}^{(k)} e^{j2\tau} + b_{31}^{(k)} e^{j3\tau} \\ &\quad + b_{40}^{(k)} e^{j4\tau} + b_{30}^{(k)} e^{j5\tau} + c. c, \dots \end{aligned}$$

上式中, $c. c$ 表示共轭复数, 下文同. 其中:

$$\begin{cases} b_{mi}^{(k)} = \frac{1}{2} (\alpha_{mi}^{(k)} - j\beta_{mi}^{(k)}) (m = 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots) \\ \alpha_{m0}^{(k)} = \frac{\sin 2m\pi d_{k0}}{m\pi}, \beta_{m0}^{(k)} = \pm \frac{1 - \cos 2m\pi d_{k0}}{m\pi} \\ \alpha_{mi}^{(k)} \approx 2d_{ki} \cos 2m\pi (d_{k0} + \varepsilon d_{k1} + \dots + \varepsilon^{i-1} d_{k(i-1)}) \\ \beta_{mi}^{(k)} \approx \pm 2d_{ki} \sin 2m\pi (d_{k0} + \varepsilon d_{k1} + \dots + \varepsilon^{i-1} d_{k(i-1)}) \\ (i = 1, 2, \dots) \end{cases} \tag{16b}$$

式(15) ~ (16b) 的推导及说明可参见文[12]. $k = 3$ 时, 式(16b)中 $\beta_{m0}^{(k)}, \beta_{mi}^{(k)}$ 前取“-”号.

3 DCM 下闭环系统时变方程的求解

利用等效小参量法求解式(1). 根据等效小参量法的基本原理^[7-9]及多拓扑模式变换器的等效小参量分析法^[11], 将稳态周期解 x 和非线性函数 $f^{(k)} (k = 1, 2, 3, \dots)$ 展开为如下主项与小量之和的级数形式^[11]:

$$x = x_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i x_i, f^{(k)} = f_0^{(k)} + \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i f_i^{(k)} \quad (17)$$

式中: i 为近似阶数; ε 的含义见前文说明。 x_0 和 $f_0^{(k)}$ 分别为 x 和 $f^{(k)}$ 的主分量, x_i 和 $f_i^{(k)}$ 分别为 x 和 $f^{(k)}$ 的第 i 阶分量。 x_0 和 x_i 可用傅氏级数表示(见文献[8])。将稳态周期解 x 的级数展开式和开关函数 $\delta^{(k)}$ 级数展开式(16a) 分别代入式(2) 定义的非线性函数表达式中, 并与式(17) 中非线性函数的级数展开式相比较即可得 $f_i^{(k)}$ 函数的表达式。即是:

$$\begin{cases} f_0^{(k)} = \delta_0^{(k)}(x_0 + e^{(k)}) \\ f_1^{(k)} = \delta_1^{(k)}(x_0 + e^{(k)}) + \delta_0^{(k)} x_1 \\ f_2^{(k)} = \delta_2^{(k)}(x_0 + e^{(k)}) + \delta_1^{(k)} x_1 + \delta_0^{(k)} x_2, \dots \end{cases} \quad (18)$$

将 $f_i^{(k)}$ 分解成主项与余项之和:

$$f_i^{(k)} = f_{im}^{(k)} + \varepsilon R_{i+1}^{(k)} \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (19)$$

其中主项 $f_{im}^{(k)}$ 由 $f_i^{(k)}$ 中与 x_i 具有相同频率集的项组成。

式中各项的定义及其频率集的确定方法同开环时一样。根据文献[11] 多拓扑开关变换器的等效小参量求解方法, 可得求解式(1) 稳态周期解的主振荡分量及其各阶谐波分量的迭代方程组如式(20)。利用谐波平衡法逐次求解式(20), 可求得系统状态变量的主振荡分量及其各阶谐波分量。其详细过程可参见文献[12] 或下文实例。

$$\begin{cases} G_0(p)x_0 + G_1(p)f_{0m}^{(1)} + G_3(p)f_{0m}^{(3)} = u \\ G_0(p)x_1 + G_1(p)f_{1m}^{(1)} + G_3(p)f_{1m}^{(3)} = -[G_1(p)R_1^{(1)} + G_3(p)R_1^{(3)}] \\ G_0(p)x_2 + G_1(p)f_{2m}^{(1)} + G_3(p)f_{2m}^{(3)} = -[G_1(p)R_2^{(1)} + G_3(p)R_2^{(3)}] \\ \dots \end{cases} \quad (20)$$

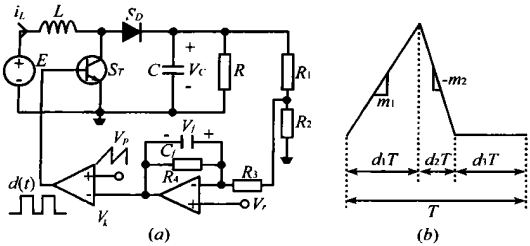


图1 (a) DCM PWM Boost 调节器 (b) DCM 电感电流波形

4 求解实例

图1 是一稳态时工作于电感电流不连续模式下的 Boost 调节器。其电路参数为:

主电路: $E = 16V, L = 208\mu H, C = 222\mu F, R = 12.5\Omega$; 控制电路: $V_r = 2.5V, R_1 = 18k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_3 = 0.5k\Omega, R_4 = 500k\Omega, C_f = 2\mu F$, 锯齿波函数幅值 $V_p = 7.5V$, 其频率 $f_s = 2.5kHz$ ($T = 1/f_s$)。

描述系统的状态微分方程如式(1)。其中:

$$G_0(p) = \begin{bmatrix} p & \frac{1}{L} & 0 \\ -\frac{1}{C} & p + \frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{g_2}{R_3 C_f} & p + \frac{1}{R_4 C_f} \end{bmatrix},$$

$$G_1(p) = G_3(p) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$x = [i_L \quad v_o \quad v_f]^T, e^{(1)} = 0, e^{(3)} = [0 \quad -E \quad 0]^T,$$

$$u = \left[\frac{E}{L} \quad 0 \quad \frac{-V_p g_1}{R_3 C_f} \right]^T,$$

$$g = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, g_1 = 1 - \frac{1}{R_3 \cdot g}, g_2 = \frac{1}{R_1 \cdot g}$$

d_1 由式(4) 确定, 其中: $K_0 = V_r/V_p, K_1 = [0 \quad 0 \quad -1/V_p]$ 。

根据式(9), (10):

$$d_3 = 1 - d_1 - (K_{11} \bar{x} - md_1^2)/(md_1) \quad (21)$$

其中: $K_{11} = [1 \quad 0 \quad 0], m = (E \cdot T)/(2L)$

4.1 主振荡分量的求解

状态变量的主分量为直流分量, 因此可设:

$$x_0 = a_{00} = [I_{00} \quad V_{00} \quad V_{f00}]^T \quad (22)$$

则根据式(18), (19) 有:

$$f_{0m}^{(1)} = d_{10} a_{00}, R_{11}^{(1)} = b_{10}^{(1)} a_{00} e^{j\tau} + c. c$$

$$f_{0m}^{(3)} = d_{30} (a_{00} + e^{(3)}), R_{11}^{(3)} = b_{10}^{(3)} (a_{00} + G^{(3)}) e^{j\tau} + c. c \quad (23)$$

将 x_0 及 $f_{0m}^{(1)}, f_{0m}^{(3)}$ 代入式(20) 第一式得:

$$G_0(0) a_{00} + G_1(0) d_{10} a_{00} + G_3(0) d_{30} (a_{00} + e^{(3)}) = u \quad (24)$$

由式(8)、(12) 及式(21):

$$\begin{cases} d_{10} = K_0 + K_1 a_{00} \\ d_{30} = 1 - d_{10} - (K_{11} a_{00} - md_{10}^2)/(md_{10}) \end{cases} \quad (25)$$

联合式(24), 式(25) 可求得 a_{00}, d_{10}, d_{30} 的表达式。由上可见, 它们的求解均为非线性的, 需采用符号法或数值法进行求解。

4.2 一阶修正量的求解

根据式(23) $R_{11}^{(1)}, R_{11}^{(3)}$ 只含一次谐波, 可设:

$$x_1 = a_{11} e^{j\tau} + \bar{a}_{11} e^{-j\tau} \quad (26)$$

则由式(18)、式(19) 有:

$$\begin{cases} f_{1m}^{(1)} = (d_{10} a_{11} + b_{11}^{(1)} a_{00}) e^{j\tau} + c. c \\ R_2^{(1)} = (b_{10}^{(1)} \bar{a}_{11} + \bar{b}_{10}^{(1)} a_{11} + d_{11} a_{00}) + (b_{10}^{(1)} a_{11} + b_{10}^{(1)} a_{00}) e^{j2\tau} + b_{10}^{(1)} a_{00} e^{j3\tau} + c. c \\ f_{1m}^{(3)} = [d_{30} a_{11} + b_{11}^{(3)} (a_{00} + e^{(3)})] e^{j\tau} + c. c \\ R_2^{(3)} = [b_{10}^{(3)} \bar{a}_{11} + \bar{b}_{10}^{(3)} a_{11} + d_{31} (a_{00} + e^{(3)})] + [b_{10}^{(3)} a_{11} + b_{10}^{(3)} (a_{00} + e^{(3)})] e^{j2\tau} + b_{10}^{(3)} (a_{00} + e^{(3)}) e^{j3\tau} + c. c \end{cases} \quad (27)$$

将 $f_{1m}^{(1)}, f_{1m}^{(3)}$ 和 $R_{11}^{(1)}, R_{11}^{(3)}$ 代入式(20) 第二式得:

$$[G_0(j\omega) + G_1(j\omega) \cdot d_{10} + G_3(j\omega) \cdot d_{30}] \cdot a_{11} = -G_1(j\omega) (b_{11}^{(1)} + b_{10}^{(1)} a_{00} - G_3(j\omega) [(b_{10}^{(3)} + b_{10}^{(3)}) (a_{00} + e^{(3)})]) \quad (28)$$

设 $\tau_{s0} = 2\pi d_{10}, \sigma_{s0} = 2\pi d_{30}$, 则根据式(16) 有:

$b_{11}^{(1)} = d_{11} \cdot e^{-j\tau_{s0}}, b_{11}^{(3)} = d_{11} \cdot e^{j\tau_{s0}}$, 又由于 $\bar{x}_1 = 0$, 根据式(8) 及(12) 有: $d_{11} = K_1 \cdot (a_{11} e^{j\tau_{s0}} + \bar{a}_{11} e^{-j\tau_{s0}})$ 及 $d_{31} = H_{11}^1 d_{11}$, 设:

$$\begin{cases} \mathbf{G} = \mathbf{G}_0(j\omega) + \mathbf{G}_1(j\omega) \cdot d_{10} + \mathbf{G}_3(j\omega) \cdot d_{30} \\ A_{12} = -\mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{G}_1(j\omega), A_{13} = -\mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{G}_3(j\omega) \\ \mathbf{B}_{10} = A_{12} \cdot b_{10}^{(1)} \cdot e^{j\tau_{s0}}, \mathbf{Q}_{10} = A_{13} \cdot b_{10}^{(3)} \cdot e^{j\tau_{s0}} \\ F = H_{11}^1 \cdot e^{(j\tau_{s0} + \tau_{s0})} \\ B_1 = K_1[(\mathbf{B}_{10} + \bar{\mathbf{B}}_{10})\mathbf{a}_{00} + (\mathbf{Q}_{10} + \bar{\mathbf{Q}}_{10})(\mathbf{a}_{00} + e^{(3)})] \\ A_1 = 1 - K_1[(A_{12} + \bar{A}_{12})\mathbf{a}_{00} + (A_{13}F + \bar{A}_{13}\bar{F})(\mathbf{a}_{00} + e^{(3)})] \end{cases} \quad (29)$$

则有: $d_{11} = B_1/A_1$, 因而由式(28)可求得:

$$\begin{aligned} a_{11} = & -\mathbf{G}^{-1}(j\omega)[\mathbf{G}_1(j\omega)(b_{11}^{(1)} + b_{10}^{(1)})\mathbf{a}_{00} \\ & + \mathbf{G}_3(j\omega)(b_{11}^{(3)} + b_{10}^{(3)})(\mathbf{a}_{00} + e^{(3)})] \end{aligned} \quad (30)$$

4.3 二阶修正量的求解

根据式(27)中 $R_2^{(1)}, R_2^{(3)}$ 含直流分量、二次谐波及三次谐波, 可设:

$$x_2 = a_{02} + (a_{22}e^{j2\tau} + a_{32}e^{j3\tau} + c \cdot c) \quad (31)$$

则由式(18), 式(19)有:

$$\begin{cases} f_{2m}^{(1)} = (d_{10}a_{02} + b_{11}^{(1)}\bar{a}_{11} + \bar{b}_{11}^{(1)}a_{11} + d_{12}a_{00}) \\ + (d_{10}a_{22} + b_{11}^{(1)}a_{11} + b_{30}^{(1)}\bar{a}_{11} + b_{21}^{(1)}a_{00})e^{j2\tau} \\ + (d_{10}a_{32} + b_{10}^{(1)}a_{22} + b_{20}^{(1)}a_{11} + b_{31}^{(1)}a_{00})e^{j3\tau} + c \cdot c \\ f_{2m}^{(3)} = [d_{30}a_{02} + b_{11}^{(3)}\bar{a}_{11} + \bar{b}_{11}^{(3)}a_{11} + d_{32}(a_{00} + e^{(3)})] \\ + [d_{30}a_{22} + b_{11}^{(3)}a_{11} + b_{30}^{(3)}\bar{a}_{11} + b_{21}^{(3)}(a_{00} + e^{(3)})]e^{j2\tau} \\ + [d_{30}a_{32} + b_{10}^{(3)}a_{22} + b_{20}^{(3)}a_{11} + b_{31}^{(3)}(a_{00} + e^{(3)})]e^{j3\tau} + c \cdot c \end{cases} \quad (32)$$

将 $f_{2m}^{(1)}, f_{2m}^{(3)}, R_2^{(1)}, R_2^{(3)}$ 代入式(20)第三式可得求解二阶修正量中直流分量、二次谐波及三次谐波的方程组:

$$\begin{cases} a_{22} = -\mathbf{G}_2^{-1} \cdot (\mathbf{B}_{22} + \mathbf{Q}_{22}) \\ a_{32} = -\mathbf{G}_3^{-1} \cdot (\mathbf{B}_{32} + \mathbf{Q}_{32}) \\ \mathbf{G}_0 a_{02} + \mathbf{G}_1(0) a_{00} d_{12} + \mathbf{G}_3(0) (\mathbf{a}_{00} + e^{(3)}) d_{32} = -(\mathbf{B}_{02} + \mathbf{Q}_{02}) \end{cases} \quad (33)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_2 = \mathbf{G}_0(j2\omega) + \mathbf{G}_1(j2\omega) \cdot d_{10} + \mathbf{G}_3(j2\omega) \cdot d_{30} \\ \mathbf{B}_{22} = \mathbf{G}_1(j2\omega)[(b_{10}^{(1)} + b_{11}^{(1)})\mathbf{a}_{11} + (b_{20}^{(1)} + b_{21}^{(1)})\mathbf{a}_{00} + b_{30}^{(1)}\bar{\mathbf{a}}_{11}] \\ \mathbf{Q}_{22} = \mathbf{G}_3(j2\omega)[(b_{10}^{(3)} + b_{11}^{(3)})\mathbf{a}_{11} + (b_{20}^{(3)} + b_{21}^{(3)})(\mathbf{a}_{00} + e^{(3)}) + b_{30}^{(3)}\bar{\mathbf{a}}_{11}] \\ \mathbf{G}_3 = \mathbf{G}_0(j3\omega) + \mathbf{G}_1(j3\omega) \cdot d_{10} + \mathbf{G}_3(j3\omega) \cdot d_{30} \\ \mathbf{B}_{32} = \mathbf{G}_1(j3\omega)[b_{10}^{(1)}a_{22} + b_{20}^{(1)}a_{11} + (b_{30}^{(1)} + b_{31}^{(1)})a_{00}] \\ \mathbf{Q}_{32} = \mathbf{G}_3(j3\omega)[b_{10}^{(3)}a_{22} + b_{20}^{(3)}a_{11} + (b_{30}^{(3)} + b_{31}^{(3)})(\mathbf{a}_{00} + e^{(3)})] \\ \mathbf{G}_0 = \mathbf{G}_0(0) + \mathbf{G}_1(0)d_{10} + \mathbf{G}_3(0)d_{30} \\ \mathbf{B}_{02} = \mathbf{G}_1(0)[(b_{10}^{(1)} + b_{11}^{(1)})\bar{\mathbf{a}}_{11} + (\bar{b}_{10}^{(1)} + \bar{b}_{11}^{(1)})\mathbf{a}_{11} + d_{11}a_{00}] \\ \mathbf{Q}_{02} = \mathbf{G}_3(0)[(b_{10}^{(3)} + b_{11}^{(3)})\bar{\mathbf{a}}_{11} + (\bar{b}_{10}^{(3)} + \bar{b}_{11}^{(3)})\mathbf{a}_{11} + d_{31}(\mathbf{a}_{00} + e^{(3)})] \end{cases}$$

由式(33)可见 a_{22}, a_{32} 的求解是线性的, 而 a_{02} 的求解是非线性的. 其中 d_{12} 可根据式(8)来确定. 设:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{11} = \mathbf{a}_{11}e^{j\tau_{s0}}, \mathbf{P}_{22} = \mathbf{a}_{22}e^{j\tau_{s1}}, \mathbf{P}_{32} = \mathbf{a}_{32}e^{j\tau_{s1}}, \\ (\tau_{s0} = 2\pi d_{10}, \tau_{s1} = 2\pi(d_{10} + d_{11})) \\ M = -\mathbf{K}_1 \cdot 4\pi d_{11} I(\mathbf{P}_{11}) + 2\mathbf{K}_1 [R(\mathbf{P}_{22}) + R(\mathbf{P}_{32})] \end{cases} \quad (34)$$

式中 $I(\cdot), R(\cdot)$ 分别表示共轭复数的虚部和实部. 则由式(8)及(12)有:

$$\begin{cases} d_{12} = M + \mathbf{K}_1 \cdot a_{02} \\ d_{32} = H_{21}^1 \cdot d_{12} + H_{22}^1 \cdot a_{02} \end{cases} \quad (35)$$

联合式(33~35)可得: $a_{02} = B_2/A_2$ 式(36)中:

$$\begin{cases} A_2 = \mathbf{G}_0 + \mathbf{G}_1(0) a_{00} \mathbf{K}_1 + \mathbf{G}_3(0) (a_{00} + e^{(3)}) (H_{21}^1 \mathbf{K}_1 + H_{22}^1) \\ B_2 = \mathbf{B}_{02} + \mathbf{Q}_{02} - \mathbf{G}_1(0) a_{00} M - \mathbf{G}_3(0) (a_{00} + e^{(3)}) H_{21}^1 M \end{cases}$$

最后可求得主电路状态变量包含直流分量及前三次谐波的稳态周期解为:

$$\begin{aligned} i_L = & 3.2793 - 2.2452\cos\tau + 3.4186\sin\tau - 0.6579\cos2\tau \\ & - 0.2409\sin2\tau - 0.0078\cos3\tau - 0.3045\sin3\tau \\ v_o = & 25.0182 - 0.3962\cos\tau - 1.0736\sin\tau + 0.2067\cos2\tau \\ & + 0.0931\sin2\tau - 0.0318\cos3\tau + 0.0835\sin3\tau \end{aligned}$$

占空比: $d_1 = 0.2819, d_3 = 0.2438$, 稳态一周期内主电路状态变量前三次谐波同 Pspice5 仿真结果比较如图 2.

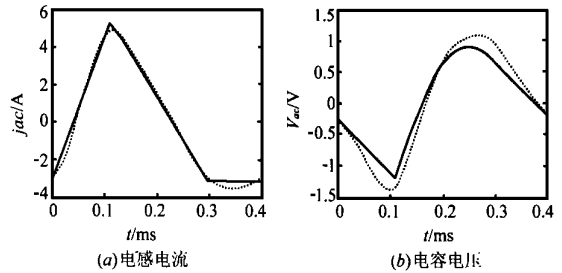


图 2 状态变量纹波比较: 符号仿真(虚线)与 Pspice 仿真(实线)

用 Pspice5 对图 1 仿真可得直流分量为: $I_{dc} = 3.1510(A), V_{dc} = 24.9390(V)$, 同本文符号仿真结果一致. 由纹波比较及直流分量比较可见本文方法所得的结果同 Pspice5 仿真的结果也是一致的.

5 结论

本文将文献[12]提出的连续导电模式 PWM 变换器闭环系统的符号分析法推广于不连续导电模式(DCM) PWM 变换器闭环系统的稳态分析中, 获得 DCM 工作的 PWM 变换器闭环系统状态变量的稳态周期解. 闭环工作时, PWM 变换器中开关晶体管的导通时间由反馈控制电路来确定, 对于 DCM 工作的变换器, 用等效小参量分析的关键之处在于确定电感电流不连续阶段所持续的时间同整个开关周期的比值 d_3 , 借助于稳态时电感电流的波形及和稳态直流分析, 本文提出确定 d_3 的方法, 仿真实例表明, 本文方法同 Pspice5 仿真结果一致, 具有较高的准确性.

参考文献:

[1] Middlebrook R D, Cuk S. A General Unified Approach to Modelling Switching Converters power stages [A]. IEEE PESC Rec [C]. 1976: 18-34.
 [2] Cuk S, Middlebrook R D. A general unified approach to modelling switching DG to DC converters in discontinuous conduction mode [A]. IEEE PESC Rec [C], 1977, 36-57.
 [3] Maksimovic D, Cuk S. A unified analysis of PWM converters in discor

- tinuous modes [J]. IEEE Trans. on PE, 1991, 6(3): 476- 490.
- [4] Krein P T, et al. On the Use of Average for the Analysis of Power Electronics Systems [J]. IEEE Trans. on PE, 1990, 5(2): 182- 190.
- [5] Lehman B, et al. Switching frequency dependent averaged models for PWM DG DC converters [J]. IEEE Trans. on PE, 1996, 11(1): 89- 98.
- [6] Sun J, et al. Modeling of PWM converters in discontinuous conduction mode A reexamination [A]. APEC Rec [C], 1998: 615- 622.
- [7] Qiu S S, Filanovsky, I M. Calculation of steady state oscillations in nonlinear circuits [J]. Int. J. Electronics, 1989, 67(3): 403- 414.
- [8] 丘水生. 开关功率变换器符号分析方法原理 [J]. 电子学报, 1997, 25(1): 5- 10.
- [9] Qiu S S, I M Filanovsky. Harmonic analysis of PWM converters [J]. IEEE CAS I, 2000, 47(9): 1340- 1349.
- [10] Qiu S S, I M Filanovsky B T Lin. A new method of analysis for PWM switching power converters [J]. Int. J. of Electronics, 1999, 86(11): 1395- 1410.
- [11] 林波涛, 丘水生. PWM 开关变换器的符号分析 [J]. 电子学报, 24(9), 1996: 83- 87.
- [12] 陈艳峰, 丘水生. 用符号法分析 PWM 开关功率变换器闭环系统的稳态 [J]. 电子学报, 2000, 28(7): 130- 134.
- [13] 陈艳峰. DG DC 开关变换器闭环系统非线性分析方法研究 [D]. 博士学位论文. 广州: 华南理工大学, 2000.

作者简介:



陈艳峰 女. 1970 年生于湖南永兴, 博士. 2000 年 7 月毕业于华南理工大学电子与通信工程系, 现为中山大学物理学博士后流动站科研人员, 在广东省电信科学研究院从事科研工作. 主要研究方向为非线性电路与功率电子学及电信产品热插拔关键技术的实现.

丘水生 男. 1939 年生于广东, 教授, 博士生导师. 1966 年在华南理工大学非线性振荡理论专业研究生毕业. 1984- 1986 年为加拿大阿尔伯特大学访问学者. 1990- 1991 年先后任美国波特兰州立大学、加拿大阿尔伯特大学访问教授. 现在华南理工大学电信学院从事非线性电路与系统、功率电子学和混沌理论的教学、科研工作.